

第1讲 二次根式的基本概念与运算（练习）

一、二次根式的基本概念

1. 下列各式中一定是二次根式的是（ ）.

A. $\sqrt[3]{16}$

B. $\sqrt{a}$

C. $\sqrt{-a^2-1}$

D. $\sqrt{a^2+2}$

【答案】D

【解析】A. $\sqrt[3]{16}$ 是二次根式，故本选项错误.

B. 当 $a < 0$ 时无意义，故本选项错误.

C. $\sqrt{-a^2-1}$, $-a^2-1 < 0$ 无意义，故本选项错误.

D. $\sqrt{a^2+2}$, $a^2+2 > 0$. $\therefore$ 一定是二次根式，故本选项正确.

故选：D.

【标注】【知识点】二次根式有意义的条件

2. 下列式子是二次根式的有（ ）.

① $\sqrt{-10}$; ② $\sqrt{10a}(a \geq 0)$; ③ $\sqrt{\frac{m}{n}}$ (m, n 同号且 $n \neq 0$); ④ $\sqrt{x^2+1}$; ⑤ $\sqrt[3]{8}$.

A. 0个

B. 1个

C. 2个

D. 3个

【答案】D

【解析】② $\sqrt{10a}(a \geq 0)$; ③ $\sqrt{\frac{m}{n}}$ (m, n 同号且 $n \neq 0$); ④ $\sqrt{x^2+1}$ 是二次根式.

故选D

【标注】【知识点】二次根式有意义的条件

3. 要使代数式 $\frac{x}{\sqrt{x+1}}$ 有意义，则 x 的取值范围是（ ）.

A. $x > -1$

B. $x \geq -1$

C. $x \neq 0$

D. $x > -1$ 且 $x \neq 0$

【答案】A

【解析】依题意得： $x+1 > 0$,

解得 $x > -1$.

故选：A.

【标注】【知识点】二次根式与分式有意义综合

4. 求使下列各式有意义的 x 的取值范围.

(1) $\sqrt{-x}$.

(2) $\sqrt{x^2+1}$.

(3) $\sqrt{-(x+\frac{1}{2})^2}$.

(4) $\sqrt{1-x} + \sqrt{x}$.

(5) $\sqrt{2-3x} + \sqrt{3x-2}$.

【答案】(1) $x \leq 0$.

(2) x 可取任意实数.

(3) $x = -\frac{1}{2}$.

(4) $0 \leq x \leq 1$.

(5) $x = \frac{2}{3}$.

【解析】(1) 要使 $\sqrt{-x}$ 有意义, 则 $-x \geq 0$, $\therefore x \leq 0$.

(2) 要使 $\sqrt{x^2+1}$ 有意义, 则 $x^2+1 \geq 0$, $\because x^2+1$ 恒为正数,
 $\therefore x$ 可取任意实数.

(3) 要使 $\sqrt{-(x+\frac{1}{2})^2}$ 有意义, 则 $-(x+\frac{1}{2})^2 \geq 0$, $\therefore (x+\frac{1}{2})^2 \leq 0$,
 $\because (x+\frac{1}{2})^2$ 恒为非负数,
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$.

(4) 要使 $\sqrt{1-x} + \sqrt{x}$ 有意义, 则 $1-x \geq 0$, 且 $x \geq 0$,
即 $\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$, 解得 $0 \leq x \leq 1$.

(5) 要使有意义, 须满足:

$$\begin{cases} 2-3x \geq 0 \\ 3x-2 \geq 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x \leq \frac{2}{3} \\ x \geq \frac{2}{3} \end{cases},$$

故 $x = \frac{2}{3}$.

【标注】【知识点】二次根式有意义的条件

5. 已知 x, y 满足 $y = \frac{\sqrt{x^2-16} + \sqrt{16-x^2}}{x-4} + 2$, 求 $5x+6y$ 的值.

【答案】 -8 .

【解析】 $\because y = \frac{\sqrt{x^2-16} + \sqrt{16-x^2}}{x-4} + 2$,
 $\therefore \begin{cases} x^2-16 \geq 0 \\ 16-x^2 \geq 0 \\ x-4 \neq 0 \end{cases}$,
 $\therefore x = -4$,
 $\therefore y = 2$,
 $\therefore 5x + 6y = 5 \times (-4) + 6 \times 2 = -20 + 12 = -8$.

【标注】 【知识点】 二次根式有意义的条件

6. 如果 $\sqrt{(2a-1)^2} = 1-2a$, 则 a 的取值范围是 () .

- A. $a < \frac{1}{2}$ B. $a \leq \frac{1}{2}$ C. $a > \frac{1}{2}$ D. $a \geq \frac{1}{2}$

【答案】 B

【解析】 根据二次根式的性质1可知: $\sqrt{(2a-1)^2} = |2a-1| = 1-2a$,
即 $2a-1 \leq 0$,
故答案为 B . $a \leq \frac{1}{2}$.

【标注】 【知识点】 二次根式的性质

7. 若 $\sqrt{(4-a)^2} = a-4$, 则 a 的取值范围是 ____ .

【答案】 $a \geq 4$

【解析】 根据题意: $a-4 \geq 0$.
故答案为: $a \geq 4$.

【标注】 【知识点】 二次根式的性质

8. 如果 $m < 0$, 化简 $|\sqrt{m^2} - m|$ 的结果是 () .

- A. $-2m$ B. $2m$ C. 0 D. $-m$

【答案】 A

【解析】 $\because m < 0$,

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{原式} &= ||m| - m| \\
 &= |-m - m| \\
 &= |-2m| \\
 &= -2m .
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】已知范围的二次根式化简求值

9. 若 $x < 3$, 则化简 $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + |5 - x|$ 的结果是 () .

A. 2

B. -2

C. $2x - 8$

D. $8 - 2x$

【答案】 D

【解析】 $\because x < 3$, $\therefore x - 3 < 0$, $5 - x > 0$,

$$\therefore \sqrt{x^2 - 6x + 9} + |5 - x| = 3 - x + 5 - x = 8 - 2x .$$

【标注】【能力】运算能力

【能力】推理论证能力

【知识点】绝对值综合

【知识点】二次根式的四则混合运算

10. 若 $\sqrt{a - 2019} + |2018 - a| = a$, 则 $2018^2 - a =$ _____ .

【答案】 -2019

【解析】 $\because \sqrt{a - 2019}$ 有意义 ,

$$\therefore a - 2019 \geq 0 , a \geq 2019 ,$$

$$\therefore \sqrt{a - 2019} + |2018 - a| = \sqrt{a - 2019} + a - 2018 = a ,$$

$$\therefore \sqrt{a - 2019} = 2018 ,$$

$$\therefore a - 2019 = 2018^2 ,$$

$$\therefore 2018^2 - a = -2019 .$$

故答案为 : -2019 .

【标注】【知识点】二次根式的性质

11. 若 $\sqrt{(2006 - m)^2} + \sqrt{m - 2007} = m$, 求代数式 $m - 2006^2$ 的值 .

【答案】 2007 .

【解析】 要求代数式 $m - 2006^2$ 的值，若从已知条件中直接求出 m 的值，还是有一定的难度的，不如从已知条件中发现隐含的条件，寻找 $m - 2006^2$ 的整体因式，使问题获解。
要使 $\sqrt{(2006 - m)^2} + \sqrt{m - 2007} = m$ 成立，必须 $m - 2007 \geq 0$ ，即 $2006 - m < 0$ ，所以 $\sqrt{(2006 - m)^2} = |2006 - m| = m - 2006$ 。所以原已知条件化为 $m - 2006 + \sqrt{m - 2007} = m$ ，即 $\sqrt{m - 2007} = 2006$ ，两边平方得 $m - 2007 = 2006^2$ ，所以 $m - 2006^2 = 2007$ 。

【标注】 【知识点】 二次根式有意义的条件

二、 二次根式的运算

12. 下列判断① $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ 和 $\frac{1}{3}\sqrt{48}$ 不是同类二次根式；② $\sqrt{\frac{1}{45}}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{25}}$ 不是同类二次根式；③ $\sqrt{8x}$ 与 $\sqrt{\frac{8}{x}}$ 不是同类二次根式，其中错误的个数是（ ）。

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

【答案】 B

【解析】 ① $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ 和 $\frac{1}{3}\sqrt{48}$ 可以化简为 $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ 和 $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ ，故是同类二次根式；
② $\sqrt{\frac{1}{45}}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{25}}$ 可以化简为 $\frac{\sqrt{5}}{15}$ 和 $\frac{1}{5}$ 不是同类二次根式；
③ $\sqrt{8x}$ 与 $\sqrt{\frac{8}{x}}$ 可以化简为 $2\sqrt{2x}$ 和 $\frac{2\sqrt{2x}}{x}$ 是同类二次根式，
①③判断错误，故选B。

【标注】 【能力】 运算能力

【知识点】 同类二次根式

13. 若最简二次根式 $\sqrt{2018a + b}$ 和 $\sqrt[3]{2017a - b}$ 是同类二次根式，求 $(a + b)^{2019}$ 的值为（ ）。

A. 2

B. -2

C. -1

D. 1

【答案】 D

【解析】 $\because$ 最简二次根式 $\sqrt{2018a + b}$ 和 $\sqrt[3]{2017a - b}$ 是同类二次根式，
$$\begin{cases} b + 3 = 2 \\ 2018a + b = 2017a - b \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} b = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$
，
 $(a + b)^{2019} = 1$ 。

【标注】【能力】运算能力

【知识点】同类二次根式

14. 若最简二次根式 $\sqrt{x-1}$ 和 $\sqrt{x-3y+10}$ 是同类二次根式, 则 $x+y=$ _____.

【答案】6

【解析】 $\because \sqrt{x-1}$ 和 $\sqrt{x-3y+10}$ 是同类二次根式,

$$\therefore x-1=2,$$

$$\therefore x=3,$$

$\because \sqrt{x-1}$ 和 $\sqrt{x-3y+10}$ 是最简二次根式,

$$\therefore 3-3y=1+y,$$

$$\therefore y=1,$$

$$\therefore x+y=4.$$

【标注】【知识点】同类二次根式

15. 若 $4\sqrt{\frac{2-m}{6}}$ 与 $\sqrt{\frac{2m-3}{4}}$ 可以合并, 则 m 的值不可以是().

A. $\frac{20}{13}$

B. $\frac{51}{26}$

C. $\frac{13}{8}$

D. $\frac{7}{4}$

【答案】D

【解析】A 选项:

$$\text{把 } \frac{20}{13} \text{ 代入根式分别化简: } 4\sqrt{\frac{2-m}{6}} = 4\sqrt{\frac{2-\frac{20}{13}}{6}} = \frac{4\sqrt{13}}{13},$$

$$\sqrt{\frac{2m-3}{4}} = \sqrt{\frac{\frac{40}{13}-3}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{26}, \text{ 故选项不符合题意;}$$

B 选项:

$$\text{把 } \frac{51}{26} \text{ 代入根式化简: } 4\sqrt{\frac{2-m}{6}} = 4\sqrt{\frac{2-\frac{51}{26}}{6}} = \frac{2\sqrt{39}}{39};$$

$$\sqrt{\frac{2m-3}{4}} = \sqrt{\frac{\frac{51}{13}-3}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{13}, \text{ 故选项不合题意;}$$

C 选项:

$$\text{把 } \frac{13}{8} \text{ 代入根式化简: } 4\sqrt{\frac{2-m}{6}} = 4\sqrt{\frac{2-\frac{13}{8}}{6}} = 1; \sqrt{\frac{2m-3}{4}} = \frac{1}{4}, \text{ 故选项不合题意;}$$

D 选项:

$$\text{把 } \frac{7}{4} \text{ 代入根式化简: } 4\sqrt{\frac{2-m}{6}} = 4\sqrt{\frac{2-\frac{7}{4}}{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}, \sqrt{\frac{2m-3}{4}} = \sqrt{\frac{\frac{7}{2}-3}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{4},$$

故符合题意.

故选 D.

【标注】【知识点】同类二次根式

16. 下列各式中计算正确的是 () .

A. $-\sqrt{(-6)^2} = -6$

B. $(-\sqrt{3})^2 = 9$

C. $\sqrt{(-16)^2} = \pm 16$

D. $-\left(-\sqrt{\frac{16}{25}}\right)^2 = \frac{16}{25}$

【答案】A

【解析】A. $-\sqrt{(-6)^2} = -6$ 故本选项正确 .

B. $(-\sqrt{3})^2 = 9$ 解得 $(-\sqrt{3})^2 = 3$ 故本选项错误 .

C. $\sqrt{(-16)^2} = \pm 16$ 解得 $\sqrt{(-16)^2} = 16$ 故本选项错误 .

D. $-\left(-\sqrt{\frac{16}{25}}\right)^2 = \frac{16}{25}$ 解得 $-\left(-\sqrt{\frac{16}{25}}\right)^2 = -\frac{16}{25}$ 故本选项错误 .

【标注】【知识点】二次根式的四则混合运算

17. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \underline{\hspace{1cm}}$. $\sqrt{18} + \sqrt{32} = \underline{\hspace{1cm}}$. $\frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 $\sqrt{5}$; $7\sqrt{2}$; $2 + \sqrt{3}$

【解析】 $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5}$.

$$\sqrt{18} + \sqrt{32} = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2} .$$

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{1 \times (2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = 2 + \sqrt{3} .$$

【标注】【知识点】二次根式的四则混合运算

18. 已知 $\sqrt{12n}$ 是整数 , 则满足条件的最小正整数 n 是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】3

【解析】 $\sqrt{12n} = 2\sqrt{3n}$,

$\therefore$ 满足条件的最小正整数 n 是 3 .

【标注】【知识点】已知二次根式的值为整数确定字母的取值范围

19. 把下列式子分母有理化 .

$$\begin{aligned} (1) & \frac{1}{\sqrt{2}} . \\ (2) & \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} . \\ (3) & \frac{4\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} . \\ (4) & \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}} . \end{aligned}$$

【答案】 (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(2) $3-2\sqrt{2}$.

(3) $\frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{30}$.

(4) $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

【解析】 (1) 原式 = $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(2) 原式 = $(\sqrt{2}-1)^2 = 3-2\sqrt{2}$.

(3) 原式 = $\frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{48-18} = \frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{30}$.

(4) 原式 = $\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})}{12-18} = \frac{-\sqrt{6}}{-6} = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

【标注】 【知识点】 分母、分子有理化

20. 已知： $a = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ ， $b = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ ，求： $\sqrt{a^2+4ab+b^2}$ 的值 .

【答案】 $3\sqrt{22}$.

【解析】 $\because a = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = (2-\sqrt{3})^2 = 7-4\sqrt{3}$,

$b = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = (2+\sqrt{3})^2 = 7+4\sqrt{3}$.

$\therefore a+b=14$, $ab=1$.

$\therefore a^2+4ab+b^2 = (a+b)^2 + 2ab = 14^2 + 2 \times 1 = 198$.

$\therefore \sqrt{a^2+4ab+b^2} = \sqrt{198} = 3\sqrt{22}$.

【标注】 【知识点】 整式乘除化简求值-条件化简求值

21. 计算：

(1) $(\sqrt{6}-2\sqrt{2}) \times \sqrt{3}$.

(2) $\sqrt{32}-3\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{50}$.

(3) $\left(5\sqrt{\frac{2}{3}}-\sqrt{54}\right) \div \sqrt{3} + \sqrt{12} \times \sqrt{6}$.

$$(4) \frac{\sqrt{20}-\sqrt{10}}{\sqrt{5}}-\sqrt{\frac{1}{2}}.$$

$$(5) (\sqrt{5}+3)(3-\sqrt{5})-(\sqrt{3}-1)^2.$$

【答案】 (1) $3\sqrt{2}-2\sqrt{6}$.

$$(2) -\frac{5}{2}\sqrt{2}.$$

$$(3) \frac{14}{3}\sqrt{2}.$$

$$(4) 2-\frac{3}{2}\sqrt{2}.$$

$$(5) 2\sqrt{3}.$$

【解析】 (1) $(\sqrt{6}-2\sqrt{2})\times\sqrt{3}$

$$=3\sqrt{2}-2\sqrt{6}$$

$$=\sqrt{6}\cdot\sqrt{3}-2\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$$

$$=3\sqrt{2}-2\sqrt{6}.$$

$$(2) \sqrt{32}-3\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{50}$$

$$=4\sqrt{2}-3\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-5\sqrt{2}$$

$$=4\sqrt{2}-\frac{3}{2}\sqrt{2}-5\sqrt{2}$$

$$=-\frac{5}{2}\sqrt{2}.$$

$$(3) \left(5\sqrt{\frac{2}{3}}-\sqrt{54}\right)\div\sqrt{3}+\sqrt{12}\times\sqrt{6}$$

$$=\left(5\cdot\frac{\sqrt{6}}{3}-3\sqrt{6}\right)\div\sqrt{3}+\sqrt{72}$$

$$=\frac{2}{5}\sqrt{2}-3\sqrt{2}+6\sqrt{2}$$

$$=\frac{14}{3}\sqrt{2}.$$

$$(4) \frac{\sqrt{20}-\sqrt{10}}{\sqrt{5}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{10-5\sqrt{2}}{5}-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$=2-\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$=2-\frac{3}{2}\sqrt{2}.$$

$$(5) (\sqrt{5}+3)(3-\sqrt{5})-(\sqrt{3}-1)^2$$

$$=3^2-(\sqrt{5})^2-(3+1-2\sqrt{3})$$

$$=9-5-4+2\sqrt{3}$$

$$=2\sqrt{3}.$$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】二次根式的四则混合运算

【知识点】二次根式的加减以及混合运算

22. 计算：

$$(1) (\sqrt{3}+1)(3-\sqrt{3})-(1+\sqrt{3})^2+\sqrt{48}.$$

$$(2) \frac{\sqrt{20}+\sqrt{125}}{\sqrt{5}}-(\sqrt{2}-1)^{-1}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}.$$

【答案】 (1) $4\sqrt{3}-4$.

(2) $9-\sqrt{2}-\sqrt{6}$.

【解析】 (1) $(\sqrt{3}+1)(3-\sqrt{3})-(1+\sqrt{3})^2+\sqrt{48}=3\sqrt{3}-3+3-\sqrt{3}-1-2\sqrt{3}-3+4\sqrt{3}=4\sqrt{3}-4$

$$\begin{aligned}(2) & \frac{\sqrt{20}+\sqrt{125}}{\sqrt{5}}-(\sqrt{2}-1)^{-1}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}, \\ & =\sqrt{4}+\sqrt{25}-\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}, \\ & =2+5-(\sqrt{2}+1)+3-\sqrt{6}, \\ & =9-\sqrt{2}-\sqrt{6}.\end{aligned}$$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】二次根式的四则混合运算

23. 计算：

$$(1) (\sqrt{45}+\sqrt{18})-(\sqrt{8}-\sqrt{125}).$$

$$(2) (2\sqrt{3}+\sqrt{6})(2\sqrt{3}-\sqrt{6}).$$

$$(3) \sqrt{18}-2\sqrt{\frac{1}{2}}-3(\sqrt{3}-\sqrt{2}).$$

$$(4) 6\sqrt{\frac{1}{3}}-\frac{1}{4}\sqrt{48}+(3\sqrt{3}-1)\times\sqrt{3}.$$

【答案】 (1) $8\sqrt{5}+\sqrt{2}$.

(2) 6.

(3) $5\sqrt{2}-3\sqrt{3}$.

(4) 9.

【解析】 (1) $(\sqrt{45}+\sqrt{18})-(\sqrt{8}-\sqrt{125})$
 $=3\sqrt{5}+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+5\sqrt{5}$
 $=8\sqrt{5}+\sqrt{2}.$

$$\begin{aligned}(2) & (2\sqrt{3}+\sqrt{6})(2\sqrt{3}-\sqrt{6}) \\ & = (2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{6})^2\end{aligned}$$

$$= 12 - 6$$

$$= 6 .$$

$$(3) \quad \sqrt{18} - 2\sqrt{\frac{1}{2}} - 3(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$= 3\sqrt{2} - \sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$$

$$= 5\sqrt{2} - 3\sqrt{3} .$$

$$(4) \quad 6\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{4}\sqrt{48} + (3\sqrt{3} - 1) \times \sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3} - \sqrt{3} + 9 - \sqrt{3}$$

$$= 9 .$$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】二次根式的四则混合运算

【知识点】二次根式的加减以及混合运算

24. 已知 $a = 2 + \sqrt{3}$, $b = 2 - \sqrt{3}$, 则 $a^2b + ab^2 =$ _____ .

【答案】4

【解析】 $a^2b + ab^2$

$$= ab(a + b)$$

$$= (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3})$$

$$= (4 - 3) \times (+4)$$

$$= 4 .$$

【标注】【知识点】二次根式直接化简求值

25. 若 $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $\sqrt{xy} = \sqrt{15} - \sqrt{3}$, 则 $x + y =$ _____ .

【答案】 $8 + 2\sqrt{3}$

【解析】 $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + y + 2\sqrt{xy}$,

$$x + y = 8 + 2\sqrt{3} .$$

【标注】【知识点】二次根式的四则混合运算

26. 求值 :

(1) 已知 $a = 3 + 2\sqrt{2}$, $b = 3 - 2\sqrt{2}$, 求 $a^2 + ab + b^2$ 的值 .

(2) 已知： $y > \sqrt{3x-2} + \sqrt{2-3x} + 2$ ，求 $\frac{\sqrt{y^2-4y+4}}{2-y} + 5 - 3x$ 的值。

【答案】(1) 35。

(2) 2。

【解析】(1) 方法一： $a^2 + ab + b^2$

$$\begin{aligned} &= (3+2\sqrt{2})^2 + (3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) + (3-2\sqrt{2})^2 \\ &= 9+8+12\sqrt{2}+9-8+9+8-12\sqrt{2} \\ &= 35. \end{aligned}$$

方法二：原式 $= (a+b)^2 - ab$

$$\begin{aligned} &= (3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2})^2 - (3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) \\ &= 36-9+8 \\ &= 35. \end{aligned}$$

(2) 由题意得 $\begin{cases} 3x-2 \geq 0 \\ 2-3x \geq 0 \end{cases}$ ，解得 $x = \frac{2}{3}$ ，

将 $x = \frac{2}{3}$ 代入原式得 $y > 2$ ，

$$\begin{aligned} &\frac{\sqrt{y^2-4y+4}}{2-y} + 5 - 3x \\ &= \frac{|y-2|}{2-y} + 5 - 3x \\ &= -1 + 5 - 2 \\ &= 2. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】二次根式直接化简求值

27. 已知实数 x 、 y 、 a 满足： $\sqrt{x+y-8} + \sqrt{8-x-y} = \sqrt{3x-y-a} + \sqrt{x-2y+a+3}$ ，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】4

【解析】根据题意得：

$$\begin{cases} x+y-8 \geq 0 \\ 8-x-y \geq 0 \end{cases},$$

$$\text{则 } x+y-8=0$$

$$\text{则 } \sqrt{3x-y-a} + \sqrt{x-2y+a+3} = 0,$$

$$\text{则 } 3x-y-a=0, x-2y+a+3=0,$$

$$\text{解方程组 } \begin{cases} x+y-8=0 \\ 3x-y-a=0 \\ x-2y+a+3=0 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=3 \\ y=5 \\ a=4 \end{cases}.$$

【标注】【知识点】非负性的应用

28. 化简 $a\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 的结果是_____.

【答案】 $-\sqrt{-a}$

【解析】 $\begin{cases} -\frac{1}{a} \geq 0 \\ a \neq 0 \end{cases}$, $\therefore a < 0$, 原式 $= -\sqrt{a^2 \left(-\frac{1}{a}\right)} = -\sqrt{-a}$.

【标注】【知识点】二次根式的四则混合运算

29. 化简 $(1-x)\sqrt{\frac{1}{x-1}}$ 的结果是().

A. $\sqrt{-1-x}$

B. $-\sqrt{x-1}$

C. $-\sqrt{1-x}$

D. $\sqrt{x-1}$

【答案】B

【解析】 $(1-x)\sqrt{\frac{1}{x-1}} = -\sqrt{(x-1)^2 \times \frac{1}{x-1}} = -\sqrt{x-1}$.

【标注】【能力】运算能力

【知识点】二次根式的四则混合运算

30. 把根号外的因式适当变形后移入根号内, 则 $(a+3)\sqrt{-a-4}$ 的结果是().

A. $-\sqrt{-(a+3)^2(a+4)}$

B. $\sqrt{-(a+3)^2(a+4)}$

C. $-\sqrt{(a+3)^2(a+4)}$

D. $\sqrt{(a+3)^2(a+4)}$

【答案】A

【解析】 $\because (a+3)\sqrt{-a-4}$ 有意义,

$$\therefore -a-4 \geq 0,$$

$$\therefore a \leq -4,$$

$$\therefore a+3 < 0,$$

$$\therefore (a+3)\sqrt{-a-4} = -\sqrt{(a+3)^2} \cdot \sqrt{-a-4} = -\sqrt{-(a+3)^2(a+4)}.$$

【标注】【知识点】把根号外的因式化到根号内

31. 将根号外的因式移入根号内： $(a-1)\sqrt{1-a}$.

【答案】 $-\sqrt{(1-a)^3}$.

【解析】 $(a-1)\sqrt{1-a}$
 $= -\sqrt{(1-a)^2 \cdot (1-a)}$
 $= -\sqrt{(1-a)^3}$.

【标注】【知识点】二次根式的四则混合运算

【能力】运算能力

32. 把根号外的因式移到根号内：

(1) 当 $b > 0$ 时, $\frac{b}{x}\sqrt{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) $(a-1)\sqrt{\frac{1}{1-a}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 (1) $\sqrt{\frac{b^2}{x}}$
 (2) $-\sqrt{1-a}$

【解析】 (1) $b > 0, x \geq 0$,

$$\therefore \frac{b}{x} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{x \cdot \frac{b^2}{x^2}} = \sqrt{\frac{b^2}{x}}.$$

(2) $\because 1-a > 0$,

$$\therefore a < 1, a-1 < 0,$$

$$\therefore (a-1)\sqrt{\frac{1}{1-a}} = -(1-a)\sqrt{\frac{1}{1-a}} = -\sqrt{(1-a)^2 \cdot \frac{1}{1-a}} = -\sqrt{1-a}.$$

【标注】【知识点】把根号外的因式化到根号内